



Wydział Mechaniczny Energetyki i Lotnictwa
Zakład Wytrzymałości Materiałów i Konstrukcji



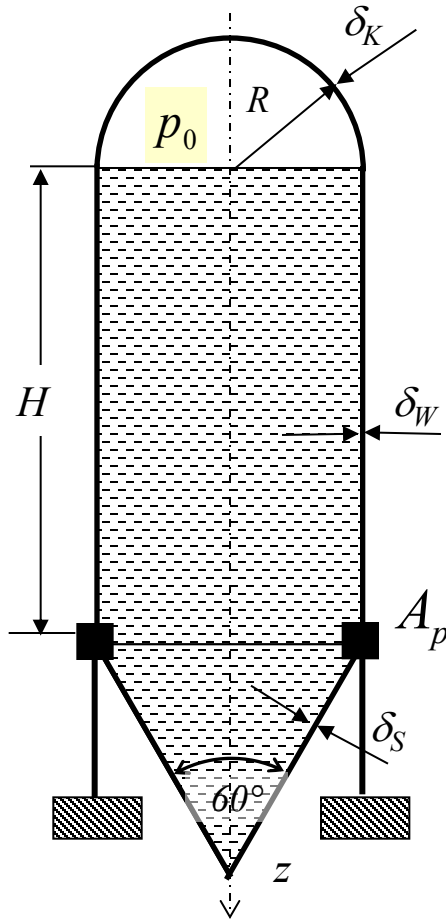
Wykład 12

Powłoki osiowosymetryczne

Przykłady

Powłoki osiowosymetryczne - Teoria błonowa

Zad.1. Zbiornik złożony z części stożkowej, walcowej i kulistej, podparty na pierścieniu, wypełniony jest cieczą do poziomu połączenia walca z kulą. Powyżej cieczy panuje nadciśnienie p_0 . Dobrać grubości płaszcza zbiornika i pole pierścienia wykorzystując hipotezę Treski.



Dane:

$$R=2m$$

$$H=8m$$

$$p_0=1 \text{ bar}$$

$$\gamma=10^4 \text{ N/m}^3$$

$$k_r=100 \text{ MPa}$$

$$\delta_K=?$$

$$\delta_W=?$$

$$\delta_S=?$$

$$A_p=?$$

Czasza:

$$\rho_p = R$$

$$\rho_t = R$$

Walec:

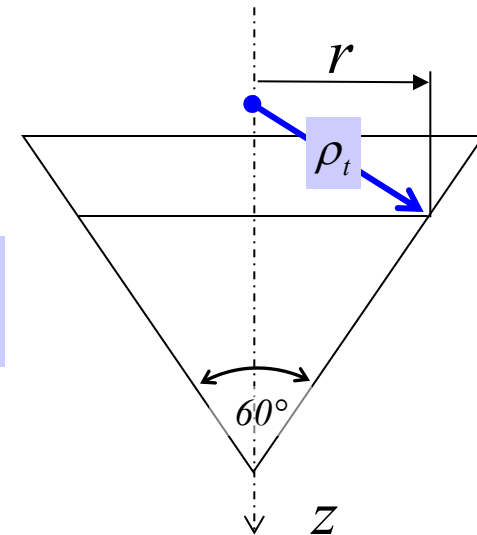
$$\rho_p = \infty$$

$$\rho_t = R$$

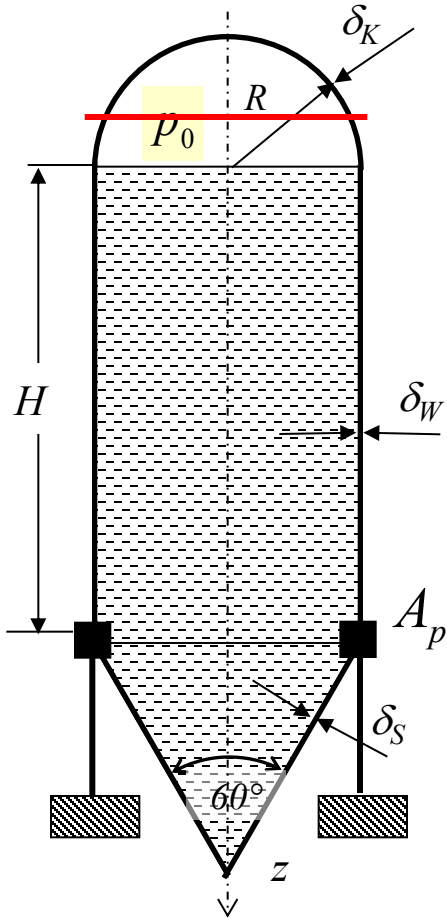
Stożek:

$$\rho_p = \infty$$

$$\rho_t = \frac{2r}{\sqrt{3}}$$



Powłoki osiowosymetryczne - Teoria błonowa



Dane:
 $R=2m$
 $H=8m$
 $p_0=1 \text{ bar}$
 $\gamma=10^4 \text{ N/m}^3$
 $k_r=100 \text{ MPa}$

Czasza:

Tniemy razem z nieważkim gazem

Równanie równowagi sił na z:

$$2\pi r \delta_K \sigma_p \sin \alpha - \pi r^2 p_0 + Q = 0$$

$$\sigma_p = \frac{p_0 R}{2\delta_K}$$

$$\frac{\sigma_p}{\rho_p} + \frac{\sigma_t}{\rho_t} = \frac{p}{\delta} \rightarrow \sigma_t = \frac{p_0 R}{2\delta_K}$$

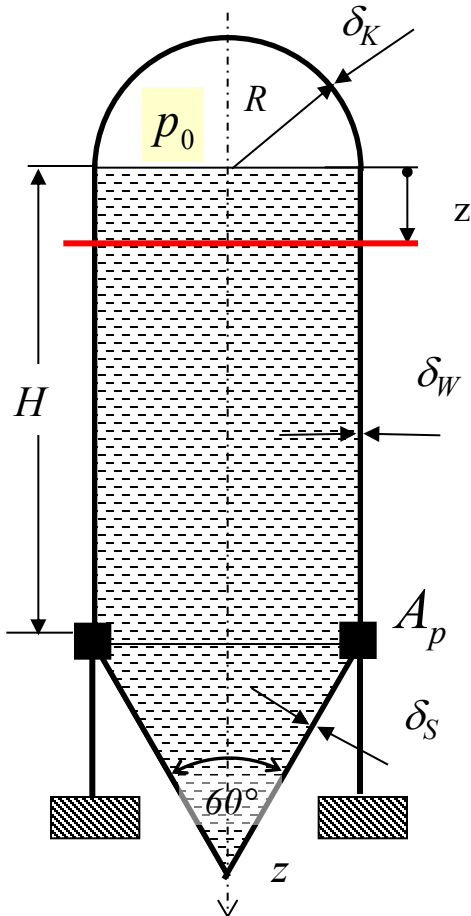
$Q=0$

Hipoteza Treski: $\sigma_{red}^T = |\sigma_p| = \frac{p_0 R}{2\delta_K} \leq k_r$

Warunek wytrzymałościowy

$$\delta_K \geq \frac{p_0 R}{2k_r} = \frac{0.1 \cdot 2000}{2 \cdot 100} = 1 \text{ mm}$$

Powłoki osiowosymetryczne - Teoria błonowa



Dane:
 $R=2m$
 $H=8m$
 $p_0=1 \text{ bar}$
 $\gamma=10^4 \text{ N/m}^3$
 $k_r=100 \text{ MPa}$

Walec:

Gaz jest nieważki
 Woda daje ciężar

Równanie równowagi sił na z:

$$2\pi R \delta_W \sigma_p - \pi R^2 p + Q = 0$$

$$2\pi R \delta_W \sigma_p - \pi R^2 (p_0 + \gamma \cdot z) + \pi R^2 z \cdot \gamma = 0$$

$$\sigma_p = \frac{(p_0 + \gamma \cdot z)R - \gamma \cdot z \cdot R}{2\delta_W}$$

$$\sigma_p = \frac{p_0 R}{2\delta_W}$$

$Q = \pi R^2 z \cdot \gamma$

$p = p_0 + z \cdot \gamma$

$\rho_p = \infty$

~~$\frac{\sigma_p}{\rho_p} + \frac{\sigma_t}{\rho_t} = \frac{p}{\delta}$~~

$$\sigma_t = \frac{(p_0 + \gamma \cdot z)R}{\delta_W}$$

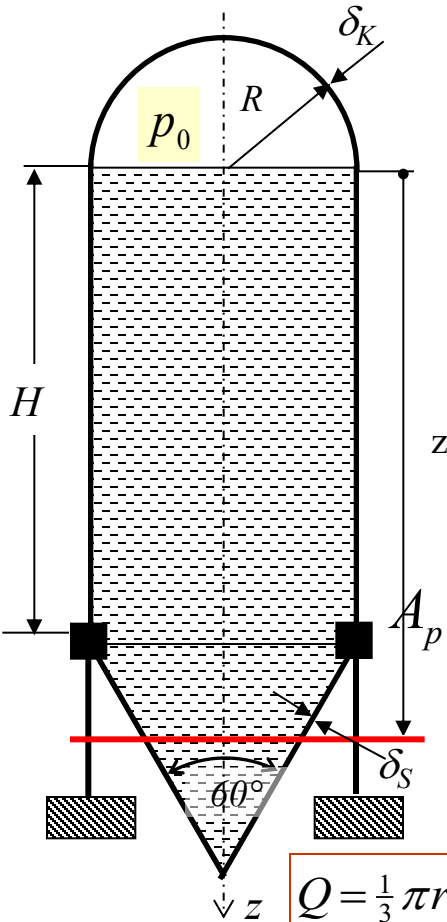
Hipoteza Treski: $\sigma_{red}^T = |\sigma_t| = \frac{(p_0 + \gamma \cdot z)R}{\delta_W} \leq k_r$

Warunek wytrzymałościowy

Dla $z=H$:

$$\delta_W \geq \frac{(p_0 + \gamma \cdot H)R}{k_r} = \frac{(0,1 \cdot 10^6 + 10^4 \cdot 8) \cdot 2000}{100 \cdot 10^6} = 3,6 \text{ mm}$$

Powłoki osiowosymetryczne - Teoria błonowa



Dane:
 $R=2m$
 $H=8m$
 $p_0=1 \text{ bar}$
 $\gamma=10^4 \text{ N/m}^3$
 $k_r=100 \text{ MPa}$

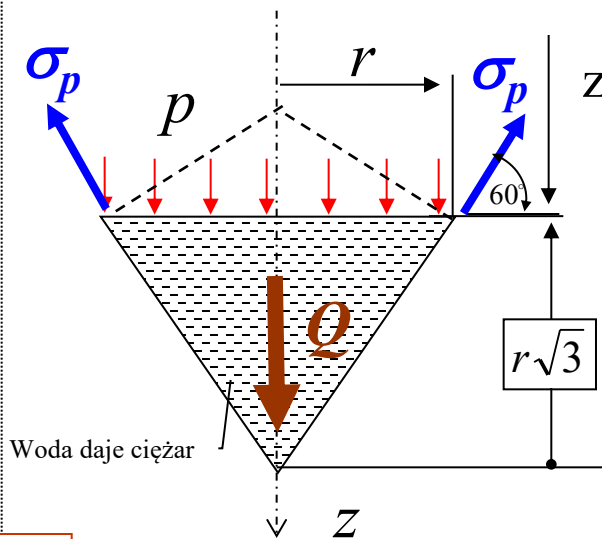
$$Q = \frac{1}{3} \pi r^3 \gamma \sqrt{3}$$

$$p = p_0 + z \cdot \gamma$$

$$p = p_0 + (H + R\sqrt{3} - r\sqrt{3}) \cdot \gamma$$

Stożek:

$$-2\pi r \delta_S \sigma_p \sin 60^\circ + \pi r^2 (p_0 + (H + R\sqrt{3} - r\sqrt{3})\gamma) + \frac{1}{3} \pi r^3 \gamma \sqrt{3} = 0$$



Woda daje ciężar

$$\sigma_{red}^T = |\sigma_t| = \frac{2 \cdot (p_0 + \gamma \cdot (H + R\sqrt{3} - r\sqrt{3}))r}{\sqrt{3} \delta_S} \leq k_r$$

Dla $r = R$:

$$\delta_S \geq \frac{2(p_0 + \gamma \cdot H)R}{\sqrt{3} k_r} = \frac{2(0,1 \cdot 10^6 + 10^4 \cdot 8) \cdot 2000}{\sqrt{3} \cdot 100 \cdot 10^6} = 4,16 \text{ mm}$$

Równanie równowagi sił na z:

$$-2\pi r \delta_S \sigma_p \sin 60^\circ + \pi r^2 p + Q = 0$$

$$\sigma_p = \frac{(p_0 + \gamma(H + R\sqrt{3} - \frac{2}{3}r\sqrt{3})) \cdot r}{\sqrt{3} \delta_S}$$

$$\rho_p = \infty, \quad \rho_t = \frac{2r}{\sqrt{3}} \rightarrow \frac{\sigma_p}{\rho_p} + \frac{\sigma_t}{\rho_t} = \frac{p}{\delta} \rightarrow \sigma_t = \frac{p \cdot \rho_t}{\delta}$$

$$\sigma_t = \frac{2 \cdot (p_0 + \gamma \cdot (H + R\sqrt{3} - r\sqrt{3}))r}{\sqrt{3} \delta_S}$$

Warunek
wytrzymałościowy

Powłoki osiowosymetryczne - Teoria błonowa

Czasza: $\delta_K = 1mm$

$$\sigma_p = \frac{p_0 R}{2\delta_K} = \frac{0,1 \cdot 2000}{2 \cdot 1} = 100 MPa$$

$$\sigma_t = \frac{p_0 R}{2\delta_K} = 100 MPa$$

Walec: $\delta_W = 3,6mm$

$$\sigma_p = \frac{p_0 R}{2\delta_W} = \frac{0,1 \cdot 2000}{2 \cdot 3,6} = 28 MPa$$

$$\sigma_t = \frac{(p_0 + \gamma \cdot z) R}{\delta_W}$$

$$\sigma_t(z=0) = \frac{p_0 R}{\delta_W} = 56 MPa \quad \sigma_t(z=H) = \frac{(p_0 + \gamma \cdot H) R}{\delta_W} = 100 MPa$$

Stożek: $\delta_S = 4,16mm$

$$\sigma_p = \frac{(p_0 + \gamma(H + R\sqrt{3} - \frac{2}{3}r\sqrt{3})) \cdot r}{\sqrt{3} \delta_S}$$

$$\sigma_t = \frac{2 \cdot (p_0 + \gamma(H + R\sqrt{3} - r\sqrt{3})) r}{\sqrt{3} \delta_S}$$

$$\sigma_p(r=0) = 0 MPa$$

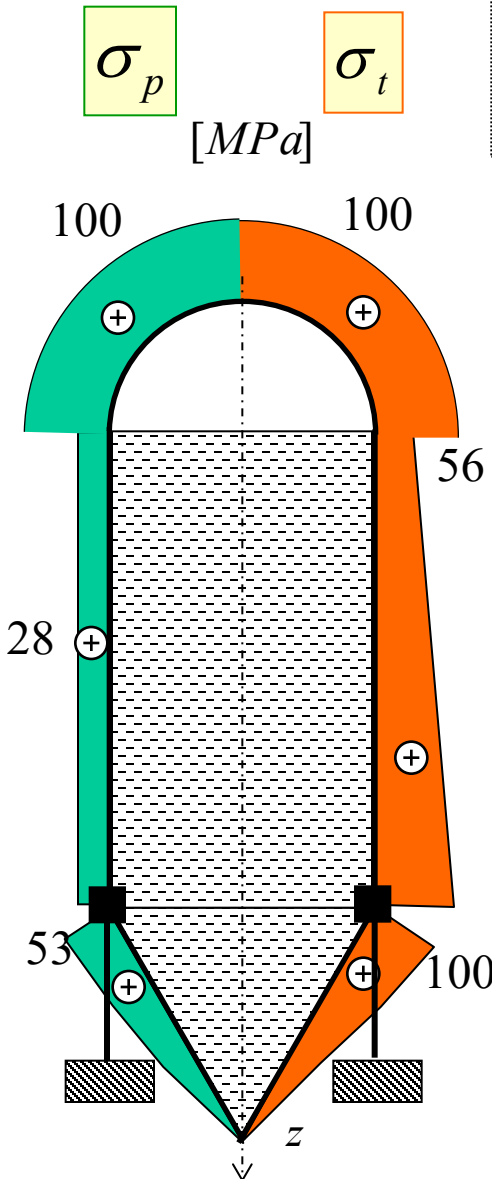
$$\sigma_t(r=0) = 0 MPa$$

$$\sigma_p(r=R) = \frac{(p_0 + \gamma(H + \frac{1}{3}R\sqrt{3})) \cdot R}{\sqrt{3} \delta_S}$$

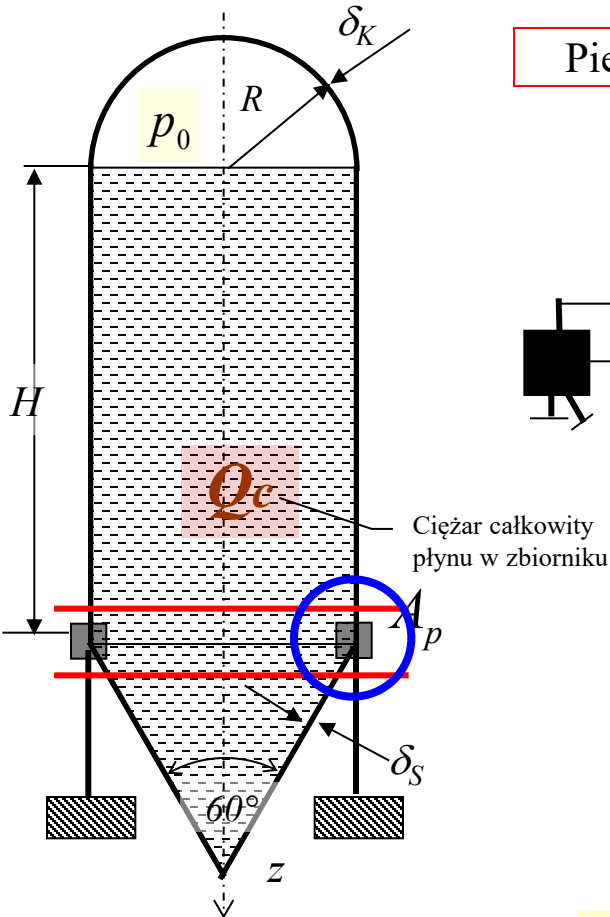
$$\sigma_t(r=R) = \frac{2 \cdot (p_0 + \gamma \cdot H) R}{\sqrt{3} \delta_S}$$

$$\sigma_p(r=R) = 53 MPa$$

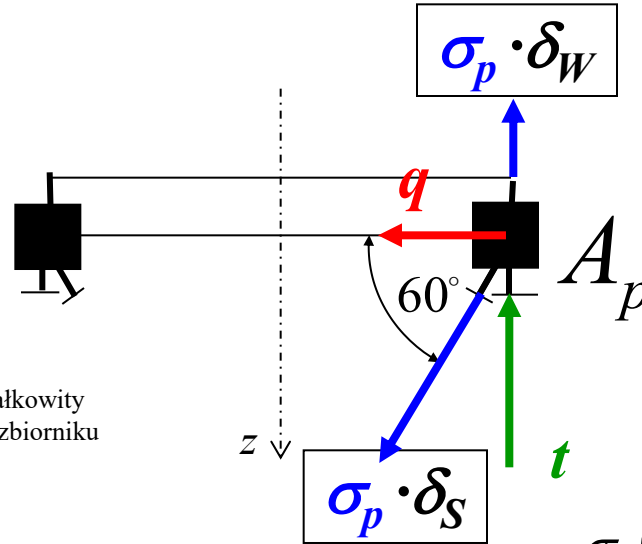
$$\sigma_t(r=R) = 100 MPa$$



Powłoki osiowosymetryczne - Teoria błonowa



Pierścień



Reakcja na podparciu:

$$-2\pi R \cdot t + Q_c = 0$$

Walec: $\delta_W = 3,6 \text{ mm}$

$$\sigma_p \delta_W = \frac{p_0 R}{2\delta_W} \cdot \delta_W = \frac{p_0 R}{2}$$

$$\sigma_p \cdot \delta_W = 28 \text{ MPa} \cdot 3,6 \text{ mm} = 100 \frac{\text{N}}{\text{mm}}$$

Stożek: $\delta_S = 4,16 \text{ mm}$

$$\sigma_p(r=R) \cdot \delta_S = \frac{(p_0 + \gamma(H + \frac{1}{3} R \sqrt{3})) \cdot R}{\sqrt{3}}$$

$$\sigma_p(r=R) \cdot \delta_S = 53 \text{ MPa} \cdot 4,16 \text{ mm} = 220,5 \frac{\text{N}}{\text{mm}}$$

$$q = \sigma_p \cdot \delta_S \cos 60^\circ = 220,5 \frac{\text{N}}{\text{mm}} \cos 60^\circ = 110,25 \frac{\text{N}}{\text{mm}}$$

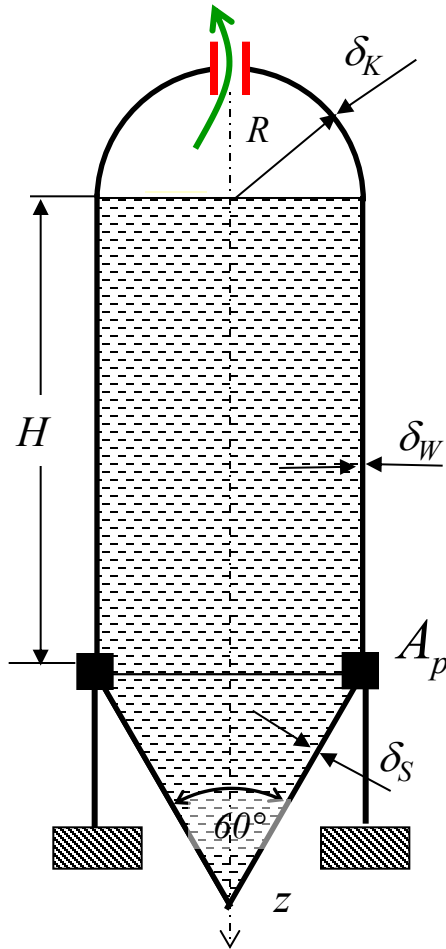
Siła w pierścieniu: $N = q \cdot R = 110,3 \frac{\text{N}}{\text{mm}} \cdot 2000 \text{ mm} = 220500 \text{ N}$

Warunek wytrzymałości pierścienia:

$$\sigma_N = \frac{N}{A_p} \leq k_r \Rightarrow A_p \geq \frac{N}{k_r} = \frac{220500 \text{ N}}{100 \text{ MPa}} = 2205 \text{ mm}^2$$

Powłoki osiowosymetryczne - Teoria błonowa

Zad.2. Zbiornik z zadania 1 ma **otwarty zawór wyrównujący ciśnienia** w czaszy kulistej.
Jak zmieni się stan naprężenia w zbiorniku?



Dane:

$$R=2m$$

$$H=8m$$

~~$p_0 = 1 \text{ bar}$~~

$$\gamma = 10^4 \text{ N/m}^3$$

$$p_0 = 0$$

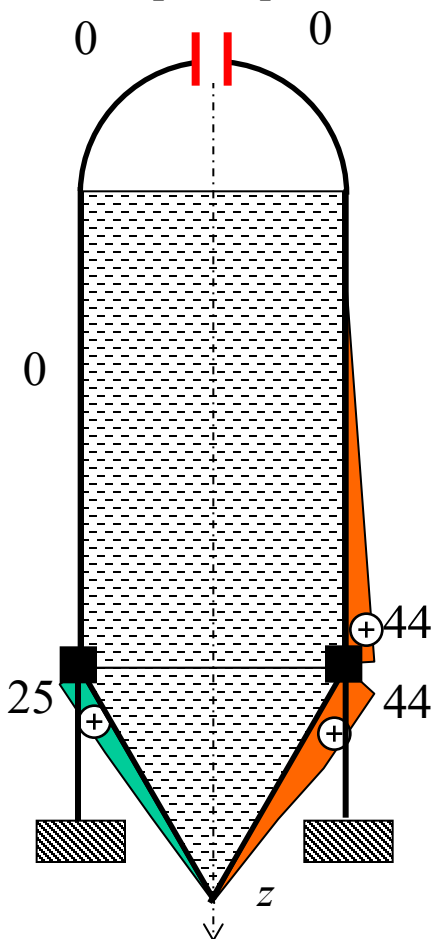
Powłoki osiowosymetryczne - Teoria błonowa

$$p_0 = 0$$

$$\sigma_p$$

$$\sigma_t$$

[MPa]



Czasza:

$$\delta_K = 1mm$$

$$\sigma_p = \frac{p_0 R}{2\delta_K} = 0MPa$$

$$\sigma_t = \frac{p_0 R}{2\delta_K} = 0MPa$$

Walec:

$$\delta_W = 3,6mm$$

$$\sigma_p = \frac{p_0 R}{2\delta_W} = 0MPa$$

$$\sigma_t = \frac{(p_0 + \gamma \cdot z)R}{\delta_W}$$

$$\sigma_t(z=0) = \frac{p_0 R}{\delta_W} = 0MPa$$

$$\sigma_t(z=H) = \frac{(p_0 + \gamma \cdot H)R}{\delta_W} = 44MPa$$

Stożek:

$$\delta_S = 4,16mm$$

$$\sigma_p = \frac{(p_0 + \gamma(H + R\sqrt{3} - \frac{2}{3}r\sqrt{3})) \cdot r}{\sqrt{3}\delta_S}$$

$$\sigma_t = \frac{2 \cdot (p_0 + \gamma(H + R\sqrt{3} - r\sqrt{3}))r}{\sqrt{3}\delta_S}$$

$$\sigma_p(r=0) = 0MPa$$

$$\sigma_t(r=0) = 0MPa$$

$$\sigma_p(r=R) = \frac{(p_0 + \gamma(H + \frac{1}{3}R\sqrt{3})) \cdot R}{\sqrt{3}\delta_S}$$

$$\sigma_t(r=R) = \frac{2 \cdot (p_0 + \gamma \cdot H)R}{\sqrt{3}\delta_S}$$

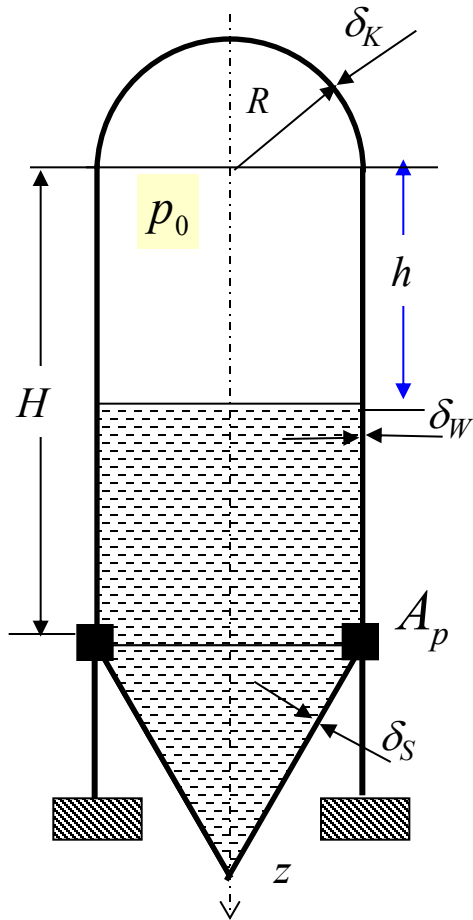
$$\sigma_p(r=R) = 25MPa$$

$$\sigma_t(r=R) = 44MPa$$

Powłoki osiowosymetryczne - Teoria błonowa

Zad.3. Zbiornik z zadania 1 ma **obniżony poziom ciecży w części walcowej**.

Jak zmieni się stan naprężenia?



Dane:

$$R=2m$$

$$H=8m$$

$$h=4m$$

$$p_0=1 \text{ bar}$$

$$\gamma=10^4 \text{ N/m}^3$$

Powłoki osiowosymetryczne - Teoria błonowa

$$h=4m$$

$$\sigma_p$$

[MPa]

$$\sigma_t$$

Czasza:

$$\delta_K = 1mm$$

$$\sigma_p = \frac{p_0 R}{2\delta_K} = \frac{0,1 \cdot 2000}{2 \cdot 1} = 100 MPa$$

$$\sigma_t = \frac{p_0 R}{2\delta_K} = 100 MPa$$

Walec:

$$\delta_W = 3,6mm$$

$$dla \quad z \geq h$$

$$\sigma_p = \frac{p_0 R}{2\delta_W} = \frac{0,1 \cdot 2000}{2 \cdot 3,6} = 28 MPa$$

$$\sigma_t = \frac{(p_0 + \gamma \cdot (z - h))R}{\delta_W}$$

$$\sigma_t(0 \div h) = \frac{p_0 R}{\delta_W} = 56 MPa \quad \sigma_t(z = H) = \frac{(p_0 + \gamma \cdot (H - h))R}{\delta_W} = 78 MPa$$

Stożek:

$$\delta_S = 4,16mm$$

$$\sigma_p = \frac{(p_0 + \gamma \cdot ((H - h) + R\sqrt{3} - \frac{2}{3}r\sqrt{3})) \cdot r}{\sqrt{3} \delta_S}$$

$$\sigma_t = \frac{2 \cdot (p_0 + \gamma \cdot ((H - h) + R\sqrt{3} - r\sqrt{3}))r}{\sqrt{3} \delta_S}$$

$$\sigma_p(r = 0) = 0 MPa$$

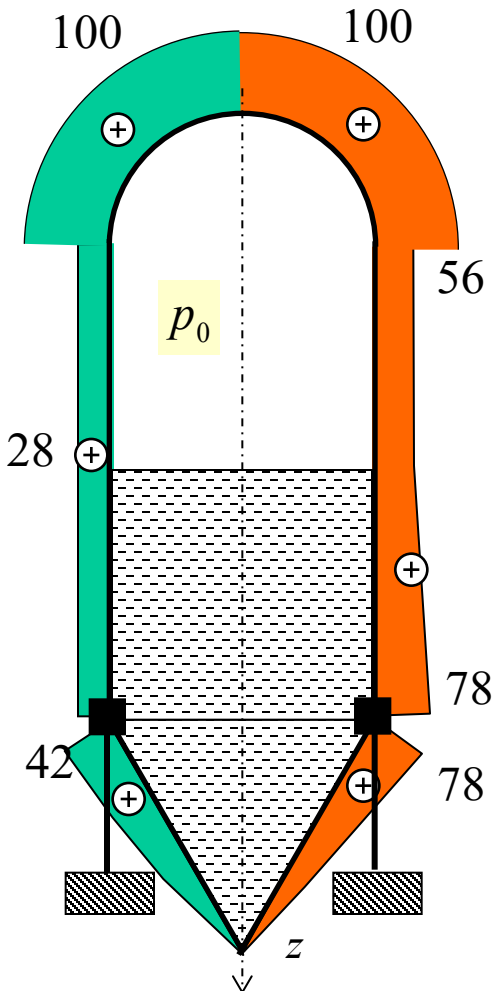
$$\sigma_t(r = 0) = 0 MPa$$

$$\sigma_p(r = R) = \frac{(p_0 + \gamma \cdot ((H - h) + \frac{1}{3}R\sqrt{3})) \cdot R}{\sqrt{3} \delta_S}$$

$$\sigma_t(r = R) = \frac{2 \cdot (p_0 + \gamma \cdot (H - h))R}{\sqrt{3} \delta_S}$$

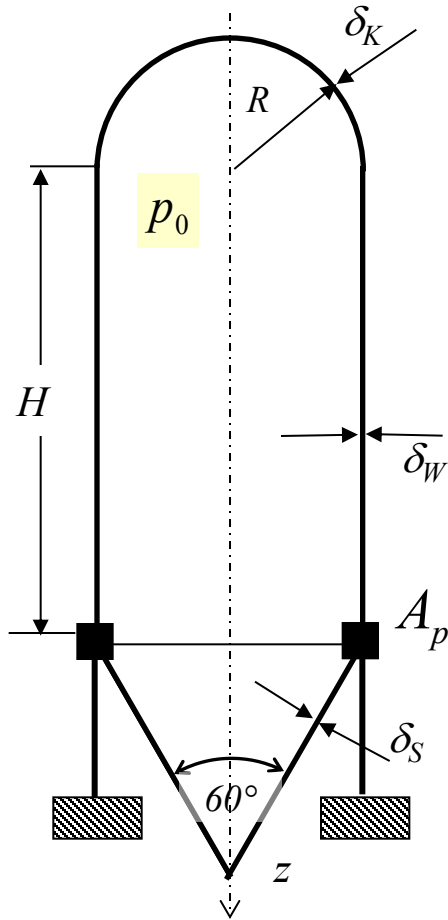
$$\sigma_p(r = R) = 42 MPa$$

$$\sigma_t(r = R) = 78 MPa$$



Powłoki osiowosymetryczne - Teoria błonowa

Zad.4. Zbiornik z zadania 1 jest **pusty, ale ciśnienie pozostaje**. Jak zmieni się stan naprężenia?



Dane:

$$R=2m$$

$$H=8m$$

$$p_0=1 \text{ bar}$$

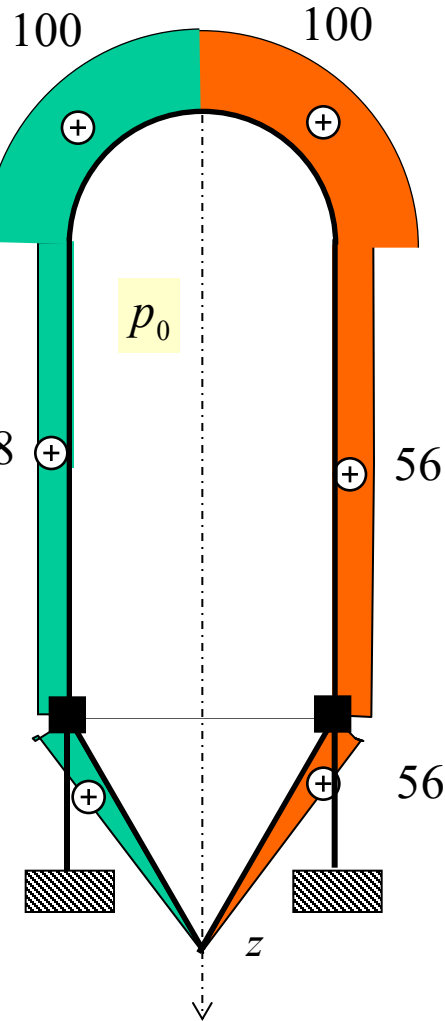
Powłoki osiowosymetryczne - Teoria błonowa

Brak cieczy

σ_p

σ_t

[MPa]



Czasza:

$$\delta_K = 1mm$$

$$\sigma_p = \frac{p_0 R}{2\delta_K} = \frac{0,1 \cdot 2000}{2 \cdot 1} = 100 MPa$$

$$\sigma_t = \frac{p_0 R}{2\delta_K} = 100 MPa$$

Walec:

$$\delta_W = 3,6mm$$

$$\sigma_p = \frac{p_0 R}{2\delta_W} = \frac{0,1 \cdot 2000}{2 \cdot 3,6} = 28 MPa$$

$$\sigma_t = \frac{p_0 R}{\delta_W} = 56 MPa$$

Stożek:

$$\delta_S = 4,16mm$$

$$\sigma_p = \frac{p_0 \cdot r}{\sqrt{3} \delta_S}$$

$$\sigma_t = \frac{2 \cdot p_0 r}{\sqrt{3} \delta_S}$$

$$\sigma_p(r=0) = 0 MPa$$

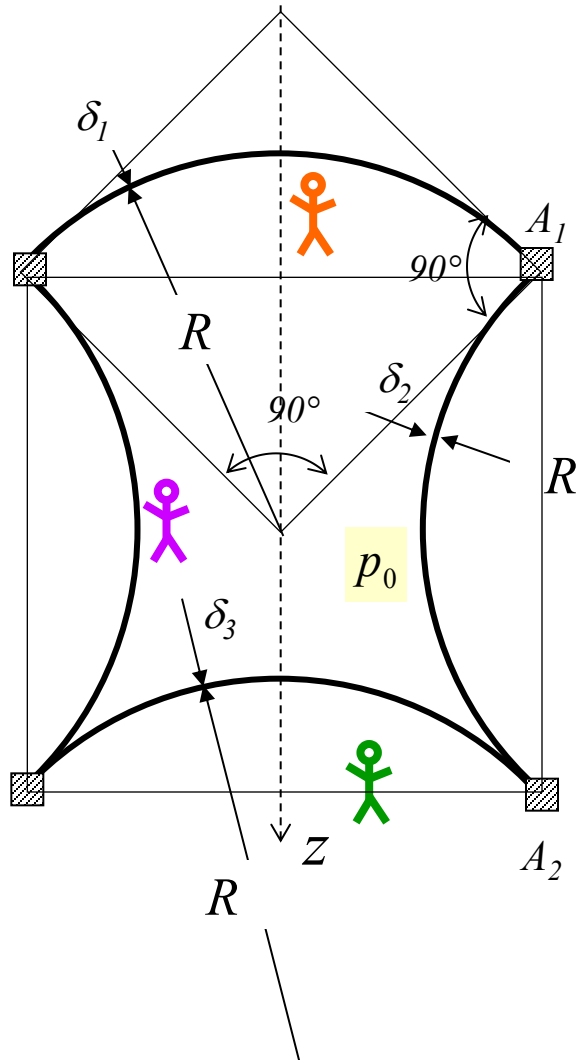
$$\sigma_t(r=0) = 0 MPa$$

$$\sigma_p(r=R) = 28 MPa$$

$$\sigma_t(r=R) = 56 MPa$$

Powłoki osiowosymetryczne - Teoria błonowa

Zad.5. Zbiornik o geometrii opisanej na rysunku wypełniony jest gazem o nadciśnieniu p_0 .
Znaleźć stan naprężenia w zbiorniku.



Dane:

$$R=2m$$

$$p_0=1 \text{ bar}$$

$$\delta_1=1mm$$

$$\delta_2=1mm$$

$$\delta_3=1mm$$

$$A_1=40cm^2$$

$$A_2=40cm^2$$

Czasza górna:



$$\rho_p = R$$

$$\rho_t = R$$

$$p = p_0$$

Czasza dolna:



$$\rho_p = R$$

$$\rho_t = R$$

$$p = -p_0$$

Torus:

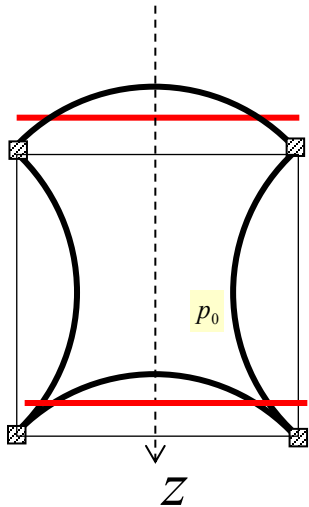


$$\rho_p = -R$$

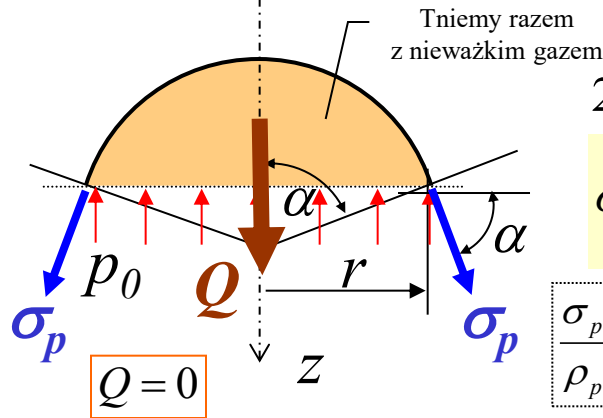
$$\rho_t = ?$$

$$p = p_0$$

Powłoki osiowosymetryczne - Teoria błonowa



Czasza górna:



Równanie równowagi sił na z :

$$2\pi r \delta_1 \sigma_p \sin \alpha - \pi r^2 p_0 + Q = 0$$

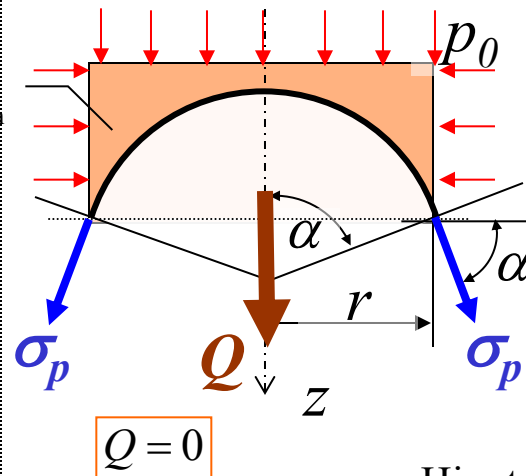
$$\sigma_p = \frac{p_0 R}{2\delta_1} = \frac{0.1 \cdot 2000}{2 \cdot 1} = 100 \text{ MPa}$$

$$\frac{\sigma_p}{\rho_p} + \frac{\sigma_t}{\rho_t} = \frac{p}{\delta} \rightarrow \sigma_t = \frac{p_0 R}{2\delta_1} = 100 \text{ MPa}$$

Hipoteza Treski: $\sigma_{red}^T = |\sigma_p| = \frac{p_0 R}{2\delta_1} = 100 \text{ MPa}$

Czasza dolna:

Tniemy razem z nieważkim gazem



Równanie równowagi sił na z :

$$2\pi r \delta_3 \sigma_p \sin \alpha + \pi r^2 p_0 + Q = 0$$

$$\sigma_p = -\frac{p_0 R}{2\delta_3} = -\frac{0.1 \cdot 2000}{2 \cdot 1} = -100 \text{ MPa}$$

$$\frac{\sigma_p}{\rho_p} + \frac{\sigma_t}{\rho_t} = \frac{p}{\delta} \rightarrow \sigma_t = -\frac{p_0 R}{2\delta_3} = -100 \text{ MPa}$$

Hipoteza Treski: $\sigma_{red}^T = |\sigma_p| = \frac{p_0 R}{2\delta_3} = 100 \text{ MPa}$

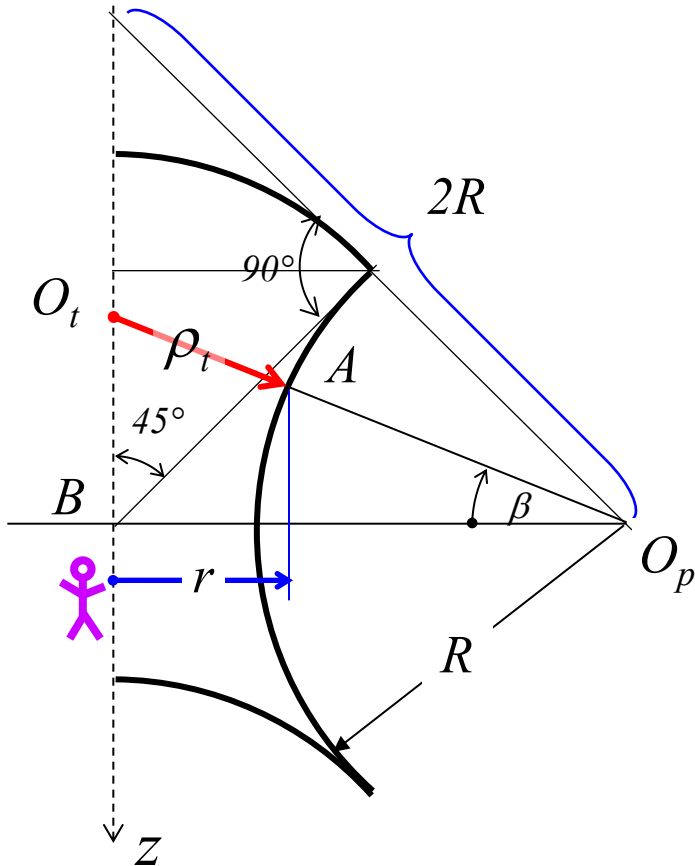
Powłoki osiowosymetryczne - Teoria błonowa

Torus:

$$\rho_p = -R$$

$$\rho_t = ?$$

$$p = p_0$$



Wyznaczenie promienia krzywizny obwodowej torusa

$$|\overline{BO_p}| = R\sqrt{2}$$

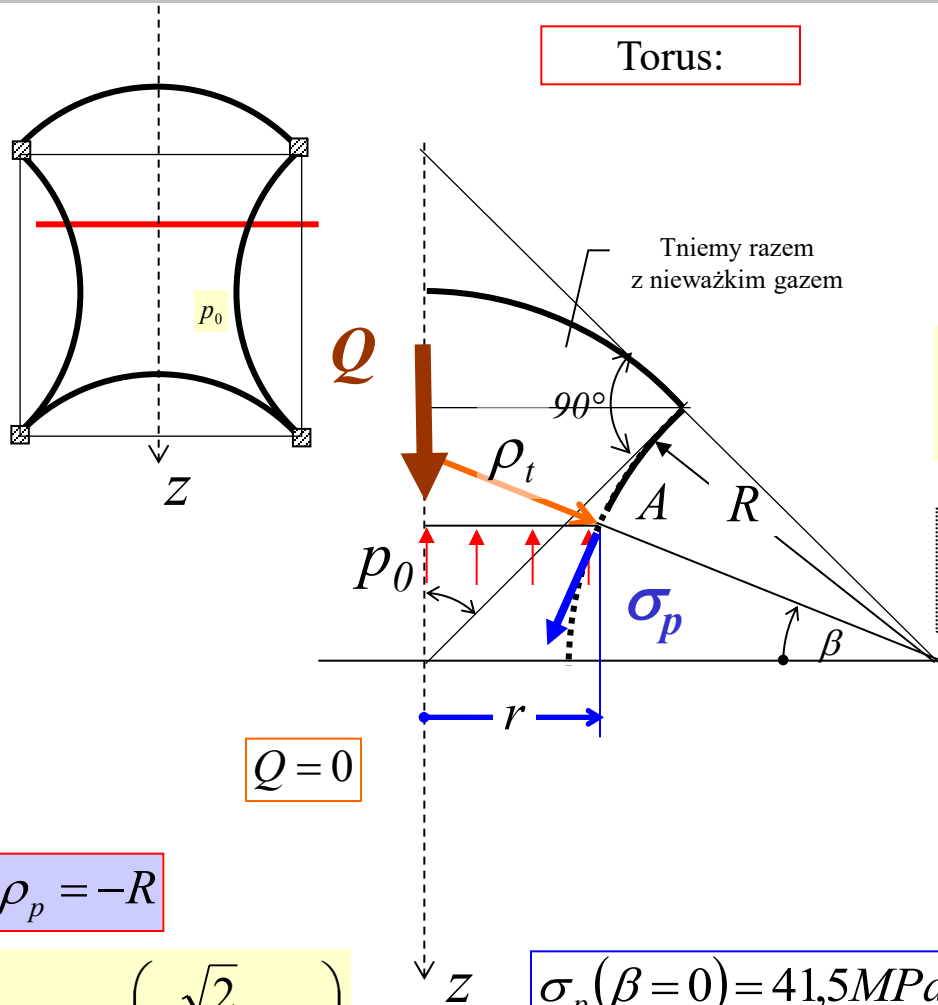
$$|\overline{O_p O_t}| = \frac{|\overline{BO_p}|}{\cos \beta} = \frac{R\sqrt{2}}{\cos \beta}$$

$$\rho_t = |\overline{O_p O_t}| - R = \frac{R\sqrt{2}}{\cos \beta} - R \rightarrow \rho_t = R \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{\cos \beta} - 1 \right)$$

$$r = \rho_t \cos \beta \rightarrow r = R \cdot (\sqrt{2} - \cos \beta)$$

Powłoki osiowosymetryczne - Teoria błonowa

Torus:



Równanie równowagi sił na z:

$$2\pi r \delta_2 \sigma_p \cos \beta - \pi r^2 p_0 + Q = 0$$

$$\sigma_p = \frac{p_0 r}{2\delta_2 \cos \beta}$$

$$\sigma_p = \frac{p_0 R}{2\delta_2} \left(\frac{\sqrt{2}}{\cos \beta} - 1 \right)$$

$$\frac{\sigma_p}{\rho_p} + \frac{\sigma_t}{\rho_t} = \frac{p}{\delta}$$

$$\frac{\frac{p_0 R}{2\delta_2} \left(\frac{\sqrt{2}}{\cos \beta} - 1 \right)}{-R} + \frac{\sigma_t}{R \left(\frac{\sqrt{2}}{\cos \beta} - 1 \right)} = \frac{p_0}{\delta_2}$$

$$\sigma_t = \frac{p_0 R}{2\delta_2} \left(\frac{2}{\cos^2 \beta} - 1 \right)$$

$$\rho_p = -R$$

$$\rho_t = R \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{\cos \beta} - 1 \right)$$

$$r = R \cdot (\sqrt{2} - \cos \beta)$$

$$\sigma_p(\beta = 0) = 41,5 \text{ MPa}$$

$$\sigma_p(\beta = 45^\circ) = 100 \text{ MPa}$$

$$\sigma_t(\beta = 0) = 100 \text{ MPa}$$

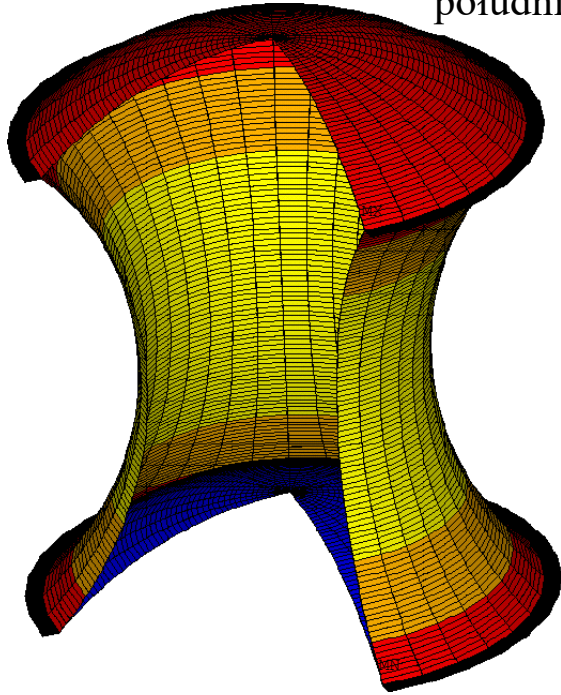
$$\sigma_t(\beta = 45^\circ) = 300 \text{ MPa}$$

$$Q = 0$$

Naprężenia południkowe:

ANSYS 15.0
JAN 2 2018
20:46:06
PLOT NO. 1
ELEMENT SOLUTION
STEP=1
SUB =1
TIME=1
/EXPANDED
SMIS18 (NOAVG)
TOP
DMX =3.95269
SMN =-100.085
SMX =100.141

Blue	-100.085
Light Blue	-77.8374
Cyan	-55.5901
Teal	-33.3428
Green	-11.0955
Yellow-Green	11.1518
Yellow	33.3991
Orange	55.6464
Red-Orange	77.8937
Red	100.141

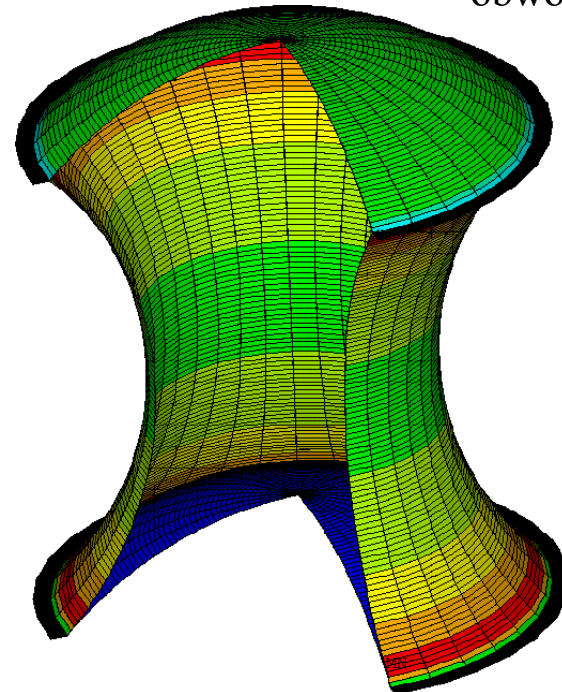


Wyniki analizy MES

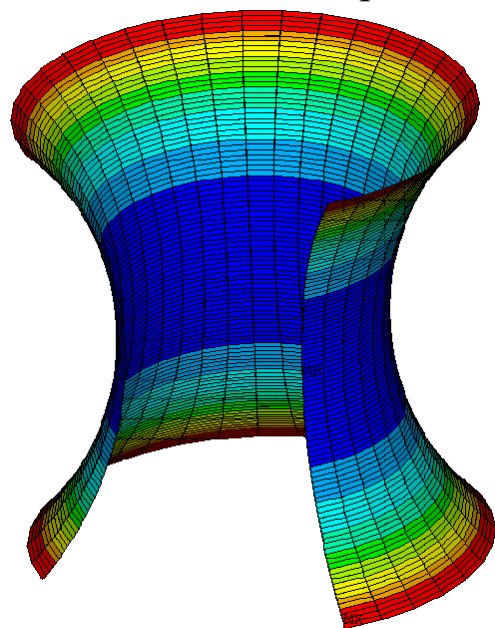
Naprężenia obwodowe:

ANSYS 15.0
JAN 2 2018
20:46:27
PLOT NO. 2
ELEMENT SOLUTION
STEP=1
SUB =1
TIME=1
/EXPANDED
SMIS19 (NOAVG)
TOP
DMX =3.95269
SMN =-102.997
SMX =274.038

Blue	-102.997
Light Blue	-61.1043
Cyan	-19.2116
Teal	22.6812
Green	64.574
Yellow-Green	106.467
Yellow	148.36
Orange	190.252
Red-Orange	232.145
Red	274.038



Naprężenia
południkowe:

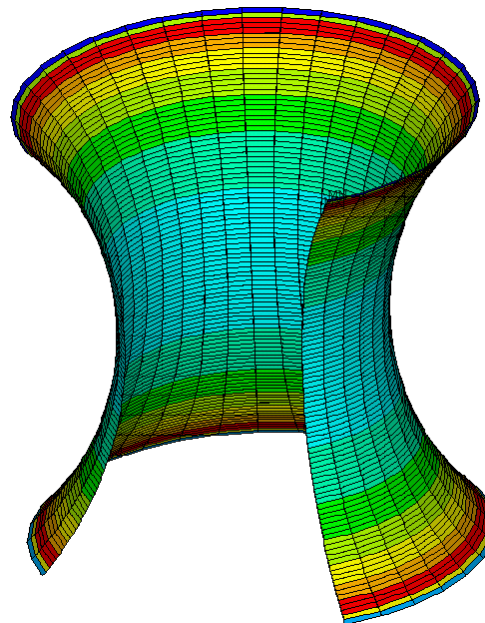


ANSYS 15.0
JAN 2 2018
20:47:03
PLOT NO. 3
ELEMENT SOLUTION
STEP=1
SUB =1
TIME=1
/EXPANDED
SMIS18 (NOAVG)
TOP
DMX =2.90524
SMN =41.4272
SMX =95.8368
41.4272
47.4727
53.5182
59.5637
65.6092
71.6548
77.7003
83.7458
89.7913
95.8368

Torus:

Wyniki analizy MES

Naprężenia
obwodowe:



ANSYS 15.0
JAN 2 2018
20:47:55
PLOT NO. 4
ELEMENT SOLUTION
STEP=1
SUB =1
TIME=1
/EXPANDED
SMIS19 (NOAVG)
TOP
DMX =2.90524
SMN =31.0452
SMX =274.038
31.0452
58.0444
85.0436
112.043
139.042
166.041
193.04
220.04
247.039
274.038

Wyniki teorii błonowej

$$\sigma_p(\beta = 0) = 41,5 MPa$$

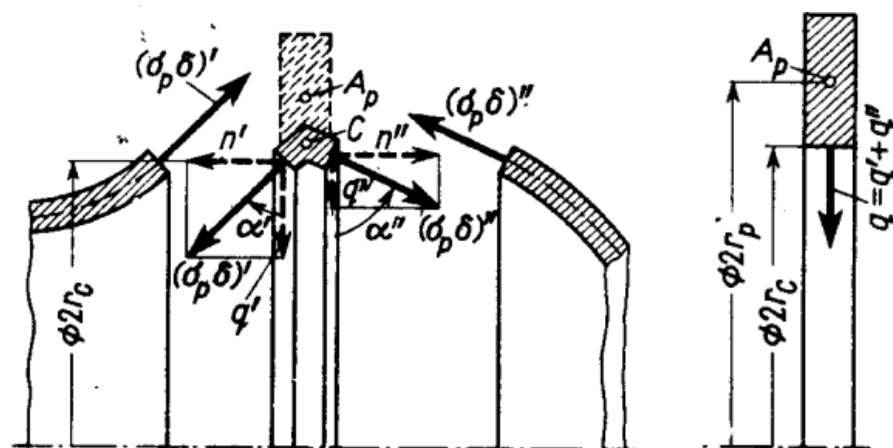
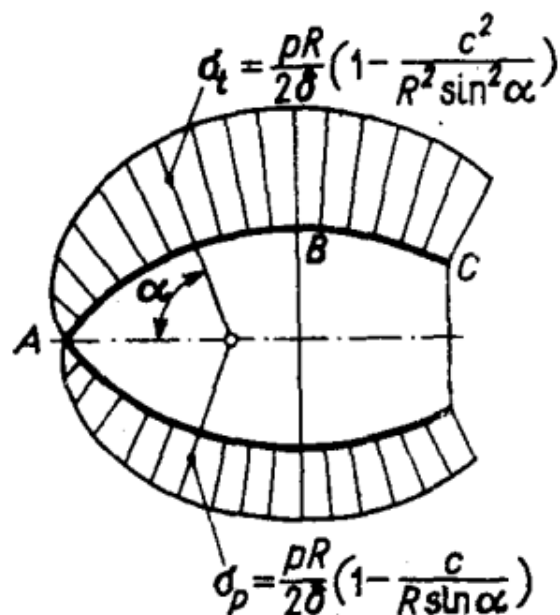
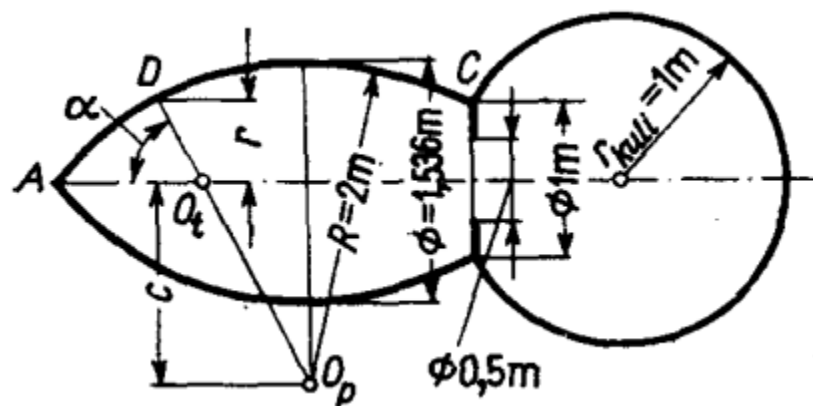
$$\sigma_t(\beta = 0) = 100 MPa$$

$$\sigma_p(\beta = 45^\circ) = 100 MPa$$

$$\sigma_t(\beta = 45^\circ) = 300 MPa$$

Powłoki osiowosymetryczne - Teoria błonowa

3. Poddany ciśnieniu $p = 2 \text{ MPa}$ zbiornik złożony z owaloidu ABC i czaszy kulistej wzmocniony jest w załomie C pierścieniową przeponą (rys. 12.28). Jaka ma być jej grubość δ , jeśli wymagany współczynnik bezpieczeństwa $n_e = 1,5$, zaś $R_e = 300 \text{ MPa}$?

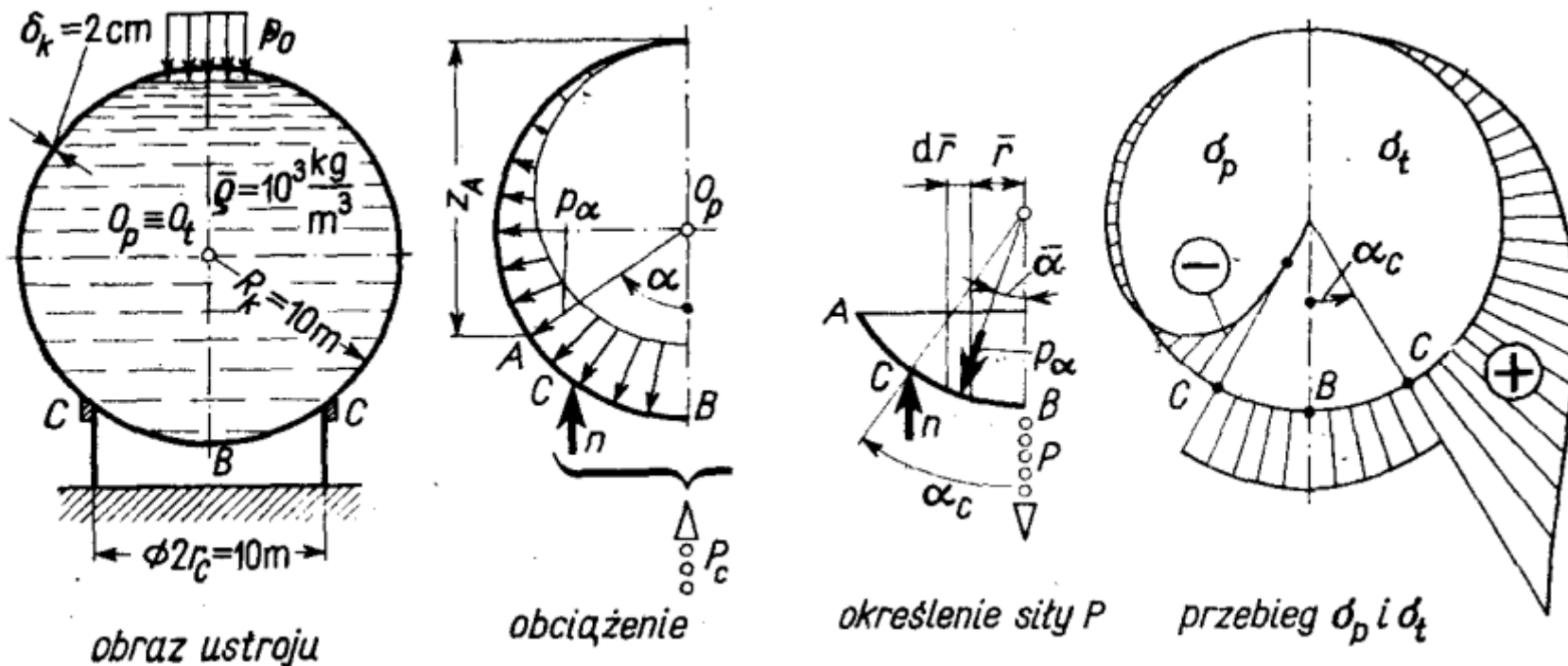


$$n' = n'' = P / 2\pi r_c \quad (c)$$

Rys. 12.26. Statyka załomu i pierścienia wzmacniającego

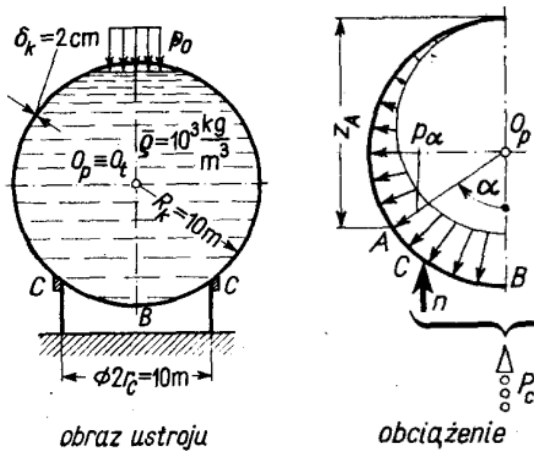
Powłoki osiowosymetryczne - Teoria błonowa

5. Kulisty nieważki zbiornik oparty na cylindrycznym płaszczu CC (rys. 12.29) wypełniono cieczą o gęstości $\bar{\rho}$, przy czym nadciśnienie $p_0 = 0$. Wyznaczyć przebieg naprężeń σ_p i σ_t w zbiorniku oraz określić siłę obwodową w pierścieniu C .



Rys. 12.29. Analiza napięć w zbiorniku kulistym

Powłoki osiowosymetryczne - Teoria błonowa



Rozwiązanie. Obciążenie zbiornika stanowią: reakcja płaszcza CC równa ciężarowi cieczy $P_c = 4\pi R^3 \bar{q}g/3$, o natężeniu

oraz ciśnienie równe ciężarowi słupa cieczy o wysokości z_A

$$p_x = \bar{q} g z_A = \bar{q} g R (1 + \cos \alpha).$$

Dla dolnej części płaszcza wypadkowa siła P obliczona podobnie jak przy formułowaniu wzoru (a) i podstawieniu $\bar{r} = R \sin \alpha$ jest

$$P = \int_0^{\alpha_c} p_x d\bar{r} 2\pi \bar{r} - P_c = \int_0^{\alpha_c} \bar{q} g R (1 + \cos \alpha) 2\pi R \sin \alpha R \cos \alpha d\alpha - P_c =$$

$$= (\pi/3) \bar{q} g R^3 [5 - \cos^2 \alpha (3 + 2 \cos \alpha)] - (4\pi/3) \bar{q} g R^3.$$

Gdy kąt $\alpha < \alpha_c$, wówczas we wzorze powyższym nie ma ostatniego składnika, czyli siły P_c . Uwzględniając to mamy z wzoru (12.12b)

$$\sigma_p = \frac{\bar{q} g R^2}{6\delta} \left(5 + \frac{2 \cos^2 \alpha}{1 + \cos \alpha} \right), \text{ gdy } \alpha < \alpha_c, \quad \sigma_p = \frac{\bar{q} g R^2}{6\delta} \left(1 - \frac{2 \cos^2 \alpha}{1 - \cos \alpha} \right), \text{ gdy } \alpha > \alpha_c.$$

Podstawiając te wielkości do równania (12.12a) znajdujemy

$$\sigma_t = \frac{\bar{q} g R^2}{6\delta} \frac{1 + 7 \cos \alpha + 4 \cos^2 \alpha}{1 + \cos \alpha}, \text{ gdy } \alpha < \alpha_c,$$

$$\sigma_t = \frac{\bar{q} g R^2}{6\delta} \frac{5 + \cos \alpha - 4 \cos^2 \alpha}{1 - \cos \alpha}, \text{ gdy } \alpha > \alpha_c.$$

Podane na rysunku przebiegi σ_p i σ_t wykazują przeskoki na podparciu CC , przy czym σ_p zmienia nie tylko wartość, lecz i znak. Widać, że niebezpieczne jest miejsce tuż powyżej pierścienia CC . Biorąc dane liczbowe jak na rysunku i $\alpha_c = 30^\circ$ mamy

$$\sigma_p = -83 \text{ MPa}, \quad \sigma_p = 172 \text{ MPa}, \quad \sigma_{red} = 225 \text{ MPa}.$$

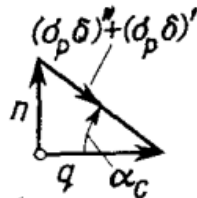
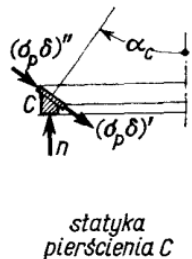
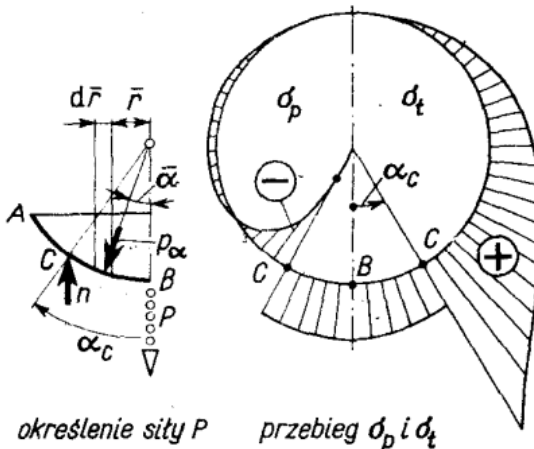
Raptowny wzrost wartości σ_p i σ_t w otoczeniu pierścienia CC można zmniejszyć zwiększając r_c . Dając na przykład $r_c \approx 7,1 \text{ m}$, czyli $\alpha_c = 45^\circ$, zmniejszamy wartość σ_{red} około dwa razy.

Na obciążenie jednostki długości pierścienia składają się: różnica sił wynikających z przeskoku wartości σ_p

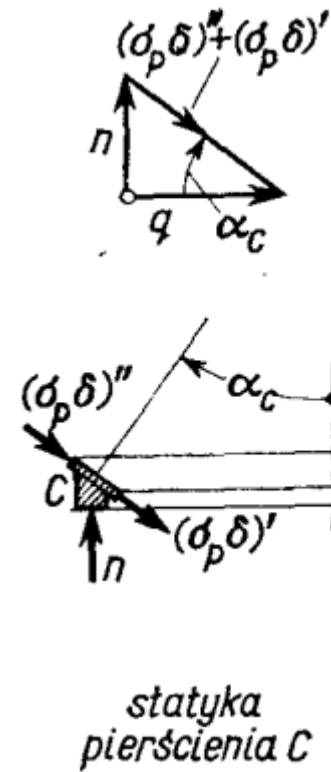
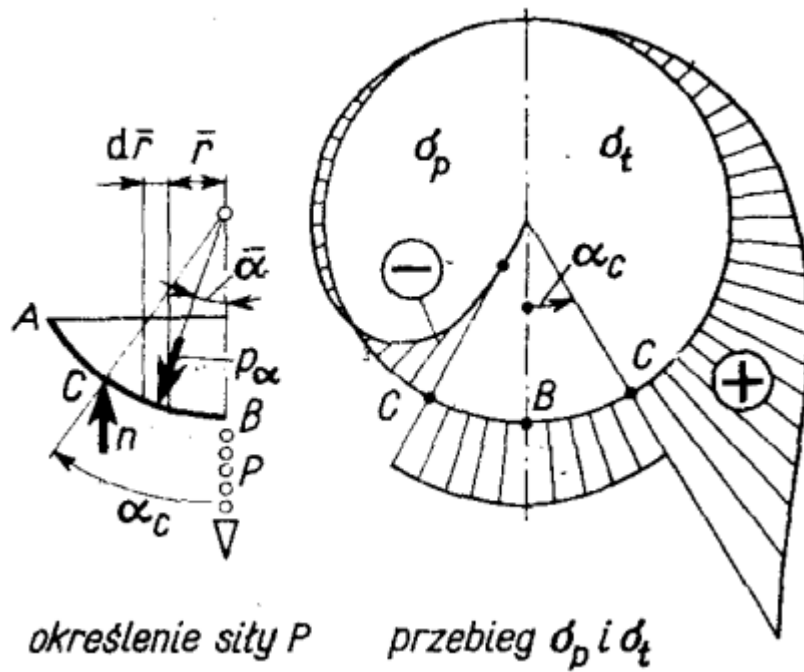
$$(\sigma_p \delta)' - (\sigma_p \delta)'' = \frac{\bar{q} g R^2}{6} \left(5 + \frac{2 \cos^2 \alpha_c}{1 + \cos \alpha_c} \right) - \frac{\bar{q} g R^2}{6} \left(1 - \frac{2 \cos^2 \alpha_c}{1 - \cos \alpha_c} \right) = \frac{2 \bar{q} g R^2}{3 \sin^2 \alpha_c}$$

oraz pionowa reakcja płaszcza n . Łatwo sprawdzić, że pierwsza z tych sił jest równa $n/\sin \alpha_c$, a wypadkowe obciążenie na jednostkę długości $q = n \cotg \alpha_c$ jest poziome, czyli działa w płaszczyźnie pierścienia i wywołuje w pierścieniu ściskającą siłę obwodową

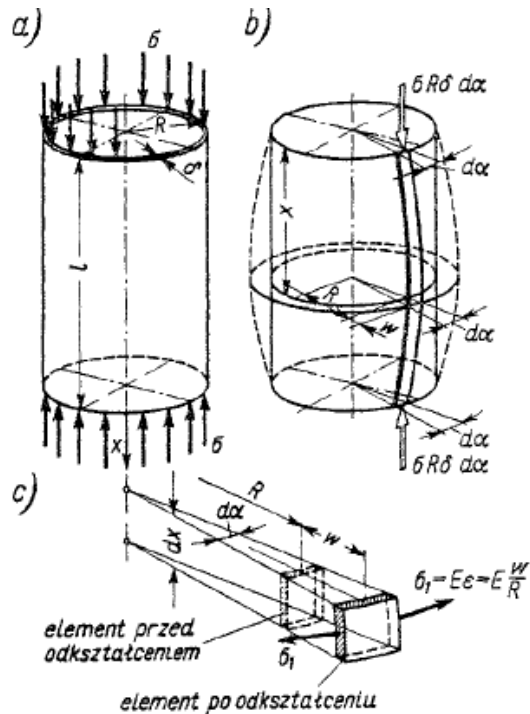
$$N = q r_c = (P_c/2\pi) \cotg \alpha_c = 2 \bar{q} g R^3 \cotg \alpha_c/3 = 11,32 \cdot 10^3 \text{ kN}.$$



Powłoki osiowosymetryczne - Teoria błonowa



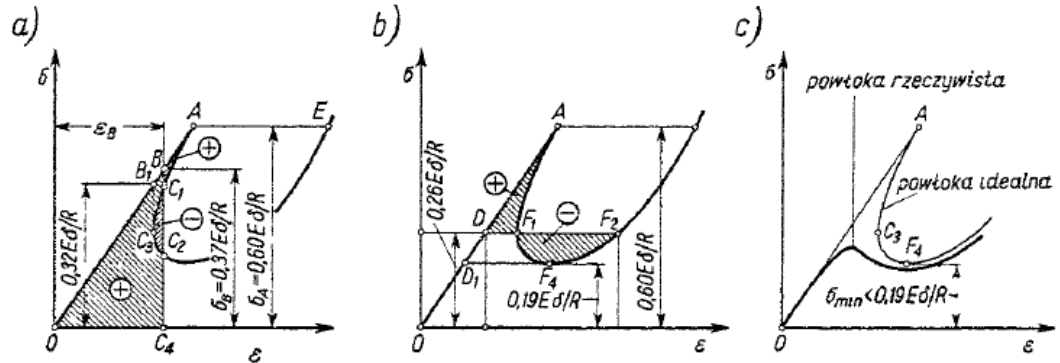
Wyboczenie powłoki walcowej



Rys. 11.27. Osiowo symetryczne wyboczenie ściskanej powłoki cylindrycznej

$$\sigma_{kr} = \frac{1}{\sqrt{3(1-\nu^2)}} E \left(\frac{\delta}{R} \right).$$

$$\sigma_{kr} \approx 0,6E \frac{\delta}{R}. \quad (11.29c)$$



Rys. 11.28. Warianty przesłoku ściskanej powłoki cylindrycznej
a) przesłuk na maszynie sztywnej; b) przesłuk na maszynie obciążnikowej.

Wyboczenie powłoki walcowej:

https://www.youtube.com/watch?v=AXSG3q1Jqp0&t=7s&ab_channel=VGOInc

Próba ciśnieniowa zbiornika (cysterny)

https://www.youtube.com/watch?time_continue=8&v=2WJVHtF8GwI&feature=emb_logo

<https://www.youtube.com/watch?v=VS6IckF1CM0>

https://www.youtube.com/watch?v=0N17tEW_WEU&ab_channel=Infrastructure%26ProcessSolutionsInfrastructure%26ProcessSolutions